

УДК 621.771

Путноки А. Ю.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ПРОКАТКИ ПРИ ЗАПОЛНЕНИИ ПОЛОСКОЙ ЧИСТОВОЙ ГРУППЫ КЛЕТЕЙ ШИРОКОПОЛОСНОГО СТАНА

Взаимодействие непрерывной группы клеток широкополосного стана горячей прокатки через прокатываемую полосу исследовалось в работах [1–3], при определенных ограничениях, которые состояли в следующем. Рассматривался только установившийся режим прокатки с заданием ряда возмущений. Использовалась математическая модель, представленная в виде системы уравнений, записанных в отклонениях. Не учитывались крутильные колебания в главных линиях клеток. Несмотря на запись уравнения транспортного запаздывания, роль и влияние последнего на процесс не оценивались.

Заполнение непрерывной группы полосой сопровождается захватом полосы валками каждой клетки, интенсивными крутильными колебаниями и формированием межклетевых натяжений. Известные линеаризованные модели здесь не могут быть применены ввиду существенных возмущений.

Целью работы является разработка математической модели динамики прокатки при заполнении полосой чистой группы клеток широкополосного стана.

В связи с этим поставленная задача состояла в разработке математической модели последовательного заполнения непрерывной  $n$ -клетевой группы полосой с целью исследования начальной фазы динамики формирования натяжений, которые в этот период не измеряются, их зависимости от ряда возмущений и влияния, последних на продольную разнотолщинность проката. В основу модели положена ранее разработанная и опробованная модель взаимодействия двух черновых клеток [4].

Метод решения задачи состоит в составлении системы дифференциальных уравнений в абсолютных величинах и получении численных реализаций переходных процессов, прежде всего, по моментам сил упругости в клетях, межклетевым натяжениям и толщины готовой полосы в зависимости от технологических возмущений.

Система уравнений, описывающая переходные процессы, в общем случае состоит из известных уравнений и кинематических соотношений.

1. Уравнения крутильных колебаний трехмассовой рядной системы, приведенной к валкам главного привода:

$$\ddot{M}_{12} + 2n_{12}\dot{M}_{12} + \beta_{12}^2 \cdot M_{12} - \frac{C_{12}}{Q_2} M_{23} = \frac{C_{12}}{Q_1} M_{\partial}, \quad (1)$$

$$\ddot{M}_{23} + 2n_{23}\dot{M}_{23} + \beta_{23}^2 \cdot M_{23} - \frac{C_{23}}{Q_2} M_{12} - \frac{C_{23}}{Q_3} M = 0. \quad (2)$$

где  $\ddot{M}_{12}$ ,  $\ddot{M}_{23}$  – моменты сил упругости в упругих связях;  $C$  и  $Q$  – параметры системы;  $n$  – коэффициент затухания;  $M_{\partial}$  – момент на валу электродвигателя;  $M$  – момент сил технологического сопротивления (прокатки).

2. Уравнение упругих колебаний клетки, принятой в виде одномассовой  $m$  расчетной схемы:

$$\ddot{x} + 2k \cdot \dot{x} + \frac{C_k}{m} x = \frac{1}{m} P, \quad (3)$$

где  $x$  – деформация клетки;  $k$  – коэффициент затухания колебания;  $C_k$  – жесткость (модуль) клетки;  $P$  – усилие прокатки.

3. Переднее  $T_n$  и заднее  $T_3$  натяжение:

$$\dot{T}_n = \frac{C_{II}}{L} (V_{вх_{i+1}} - V_{вых_i}), \quad (4)$$

$$\dot{T}_3 = \frac{C_3}{L} (V_{вхi} - V_{выхi-1}), \quad (5)$$

где  $C_n$  и  $C_3$  – жесткость полосы в продольном направлении перед и за клетью, вычисляемая по известной формуле.

4. Уравнения электродвигателя постоянного (переменного) тока общеизвестны, поэтому ограничимся тем фактом, что в результате их решения совместно с другими уравнениями получают момент  $M_d$ , развиваемый двигателем в процессе захвата и прокатки полосы, а также угловую скорость  $\omega_d$  вращения ротора.

Приведенные ниже зависимости являются фактически конечными кинематическими соотношениями, решаемыми совместно с уравнениями по п. 1–4.

5. На вход следующей  $i$ -й клетки задается толщина:

$$H_{o,i}(t) = H_{1,i-1}(t - \tau_{i-1}), \quad (6)$$

где время транспортного запаздывания (переноса отклонения толщины полосы в следующую клетку на расстояние  $L_{i,i-1}$ ), как и в работах [1–3] принято равным  $\tau_{i-1} = L_{i,i-1} / V_{вых(i-1)}$ .

6. Удельное давление  $p$  прокатки рассчитывается по известным формулам А. И. Целикова [5], либо с использованием решения для гармонических функций [6].

Формулы Целикова для зоны отставания

$$p_x = \frac{2k}{\delta_0} \left[ (\zeta_0 \delta_0 - 1) \left( \frac{h_0}{h_x} \right)^{\delta_0} + 1 \right], \quad (7)$$

и опережения

$$p_x = \frac{2k}{\delta_1} \left[ (\zeta_1 \delta_1 + 1) \left( \frac{h_x}{h_1} \right)^{\delta_1} - 1 \right], \quad (8)$$

где

$$\delta_0 = \frac{\mu}{\operatorname{tg} \frac{\alpha + \gamma}{2}}; \quad \delta_1 = \frac{\mu}{\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}}.$$

Решение плоской задачи с использованием гармонических функций:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= -\frac{k_0}{\operatorname{Cos} A \Phi_0} \cdot \exp(\theta - \theta_0) \cdot \operatorname{Cos} A \Phi + k_0, \\ \sigma_y &= -3 \cdot \frac{k_0}{\operatorname{Cos} A \Phi_0} \cdot \exp(\theta - \theta_0) \cdot \operatorname{Cos} A \Phi + k_0, \\ \tau_{xy} &= \frac{k_0}{\operatorname{Cos} A \Phi_0} \cdot \exp(\theta - \theta_0) \cdot \operatorname{Sin} A \Phi. \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\theta$  и  $A\Phi$  – плоские функции координат очага деформации.

$$A\Phi = AA_6 \cdot x \cdot y + AA_1 \cdot y - 2 \cdot \varphi. \quad (10)$$

$$\theta = -\frac{1}{2} \cdot AA_6 \cdot x^2 + \frac{1}{2} \cdot AA_6 \cdot y^2 - AA_1 \cdot x + 2 \cdot \frac{y}{R} + C, \quad (11)$$

где  $\varphi = \frac{l_d - x}{R}$ ,  $l_d$  – длина очага деформации;  $R$  – радиус вала.

7. Средний предел текучести в очаге деформации определяется моделью Зюзина–Бровмана [7]:

$$\sigma_T = \sigma_1 \cdot (\varepsilon)^{m_1} \cdot (u)^{m_2} \cdot \exp(m_3 T) \quad (12)$$

Или современной моделью Хензеля–Шпиттеля [8], учитывающей сложные реологические свойства пластической среды

$$\sigma_T = \alpha_1 \varepsilon^{\alpha_2} \cdot \exp\left(\frac{\alpha_3}{\varepsilon}\right) \cdot \exp(\alpha_4 \varepsilon) (1 + \varepsilon)^{\alpha_5 \cdot T} \cdot u^{\alpha_6} \cdot u^{\alpha_7 \cdot T} \cdot T^{\alpha_8} \cdot \exp(\alpha_9 \cdot T) \quad (13)$$

где  $\alpha_i$  – коэффициенты, зависящие от марки стали.

8. Усилие  $P$  и момент  $M$  в установившемся режиме прокатки рассчитываются по известным формулам при свободной прокатке и с учетом переднего и заднего натяжения, так что в общем виде они являются функциями следующих параметров:

$$P = P(H_o, h_1, \sigma_T, V, \mu, T_n, T_3) \quad (14)$$

Аналогично можно записать для момента  $M$ . Здесь  $\mu$  – коэффициент трения в очаге деформации, зависящий от скорости прокатки  $V$ .

9. Нейтральный угол  $\gamma$  и опережение с учетом натяжения:

$$\gamma = \gamma_o + a_\gamma (T_n - T_3) \quad (15)$$

$$S = S_o + e_s (T_n - T_3) \quad (16)$$

10. Скорость выхода полосы из предыдущей клетки  $V_{\text{вых } i-1}$  и входа в следующую клетку  $V_{\text{ex } i}$ :

$$V_{\text{вых } i-1} = (1 + S_{oi-1} + e_{i-1} \cdot (T_{3i} - T_{ni-1})) r_{i-1} \cdot (\omega_{\varepsilon_{i-1}} + \Delta\omega_{\varepsilon_{i-1}}) \quad (17)$$

$$V_{\text{ex } i} = (1 + S_{oi} + e_i \cdot (T_{3i-1} - T_{ni})) r_i \cdot (\omega_{\varepsilon_i} + \Delta\omega_{\varepsilon_i}) \quad (18)$$

$$\omega_\varepsilon = \omega_o - \dot{\varphi}_{12} - \dot{\varphi}_{23} \quad (19)$$

11. Равенство секундных объемов металла, проходящих через очаг деформации клетей.

12. В процессе заполнения очага деформации металлом при захвате полосы валками использовали известные зависимости для  $P$  и  $M$ , отражающие специфику нагружения клетки и линии привода для тонких полос [4, 9]:

$$P(\varphi(t)) = p_{cp} Br [\alpha + (\varphi - \alpha_o)] \quad (20)$$

$$M(\varphi(t)) = 2\psi p_{cp} Br^2 \cdot [2\alpha_o \varphi - \varphi^2 - x/r] \quad (21)$$

где  $\varphi$  – угол поворота рабочего вала от момента касания полосой до полного заполнения очага металлом;  $\alpha$  и  $\alpha_o$  – угол захвата и угол касания:

$$\alpha_o = \sqrt{(H_o - h_1 + x_o)/r}$$

$$\alpha = \sqrt{\alpha_o^2 - x/r}$$

13. Выходная толщина полосы  $h_1 = \Delta_o + P/C_k$ , где  $\Delta_o$  – начальный зазор между валками.

Аналогичная система дифференциальных уравнений и конечных зависимостей записывается для остальных клетей. Взаимосвязь уравнений в одной клетке и между клетями можно проследить следующим образом. В результате захвата полосы валками первой чистовой клетки в линии привода возникают крутильные колебания. На равномерное вращение рабочих валков накладывается переменная составляющая угловой скорости  $\Delta\omega_\varepsilon(t)$ , ведущая к появлению соответствующей составляющей скорости прокатки  $\Delta V(t)$ . Это в свою очередь приводит к составляющей коэффициента трения в очаге  $\Delta\mu(t)$ , скорости относительной деформации металла  $\Delta U(t)$ , сопротивления деформации  $\Delta\sigma_m(t)$ , усилия  $\Delta P(t)$  и момента  $\Delta M(t)$ . Отмеченные составляющие являются также результатом реакции двигателя на прикладываемый момент сопротивления (прокатки) к валкам. Из-за колебаний валков  $\Delta\omega_\varepsilon(t)$  появляются колебания скорости входа  $\Delta V_{\text{ex}}(t)$  и выхода  $\Delta V_{\text{вых}}(t)$  полосы, нейтрального угла  $\Delta\gamma(t)$  и опережения  $\Delta S(t)$ . Соответственно усилию  $\Delta P(t)$  изменяется толщина полосы на выходе из первой клетки  $\Delta h_1(t)$ . Через время транспортного переноса  $\tau_1$  изменяющаяся толщина полосы поступает в следующую клетку. Описанный выше процесс крутильных колебаний повторяется, при этом полоса находится в двух клетях. Поэтому колебания отмеченных параметров теперь уже отражаются и на межклетевом усилии, формирующемся в полосе. В качестве переднего и заднего натяжения оно дополнительно сказывается на  $\Delta P(t)$  и другие параметры уже в обеих клетях.

Снова происходит изменение толщины полосы на выходе из первой и второй клетки. Изменившаяся толщина после первой клетки с запаздыванием поступает во вторую клетку, а второй – в третью клетку. Процесс повторяется, после захвата полосы последней клетью заканчивается период саморегулирования системы, которая приходит к определенному установившемуся состоянию.

Поскольку межклетевые усилия в полосе в станах горячей прокатки непосредственно не измеряются, математическую модель идентифицировали по данным измерений момента сил упругости в клетях станов 1600, 1700, 2000, 2500 [4].

На рис. 1 приведены переходные процессы при моделировании заполнения чистой группы клеток без вносимых возмущений (номинальный режим) с учетом транспортного запаздывания.

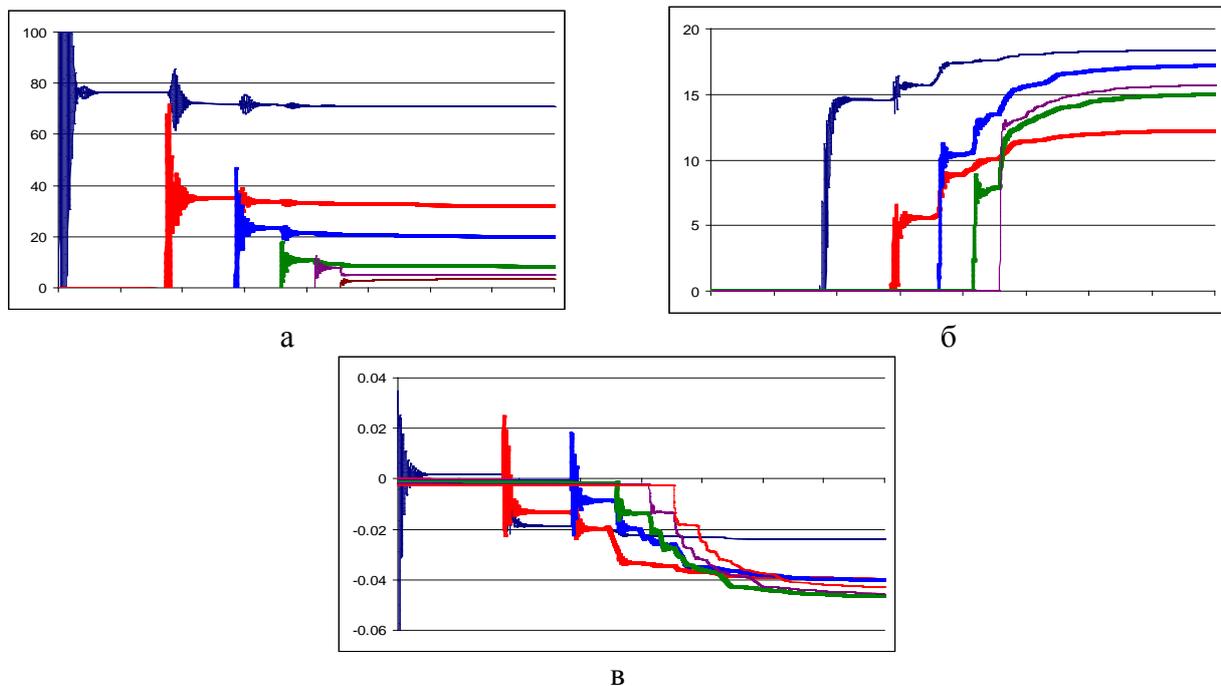


Рис. 1. Переходные процессы во время заполнения шестиклетевой непрерывной группы полосой при согласованном деформационно-скоростном режиме:

а – моменты сил упругости; б – межклетевые натяжения; в – отклонения толщины после клеток

Формирование моментов, натяжений и отклонений толщины, а также  $V_{вых}$ ,  $V_{вх}$ ,  $\gamma$ ,  $S$  происходят с частотой крутильных колебаний. Саморегулирование процесса заканчивается через 5–10 с после выхода полосы из последней клетки. Отметим, что толщина полосы в средней части меньше, чем в начале. Это происходит из-за того, что даже при номинальной настройке деформационно-скоростного режима действуют два сопутствующих возмущающих фактора: прокатка участка полосы без переднего натяжения и транспортное запаздывание.

Математическая модель динамики заполнения полосой непрерывной группы с учетом крутильных колебаний, записанная не в отклонениях, как это общепринято, а в абсолютных величинах, совместно с разработанной компьютерной программой, позволяет значительно точнее определять влияние на процесс, особенно нагрузки в полосе, таких возмущений, как отклонение толщины  $\Delta H_0$  и температуры  $\Delta T$ , °C полосы на входе, рассогласование скоростного и температурного режима между клетями и др., как в режиме заполнения, так и во время установившейся прокатки. Особенно важно знать о процессах в системе (клетка, полоса, линия привода, толщина и др.), когда действуют два и более возмущения. В этом случае с помощью известных уравнений в отклонениях задача может быть решена лишь качественно.

На основании моделирования в абсолютных значениях установлен ряд новых результатов. Так, при уменьшении входной толщины подката относительно номинальной, на которую настроена непрерывная группа, межклетевые натяжения и отклонение толщины увеличиваются, при увеличении – уменьшаются. В последнем случае в первых промежутках появляется кратковременное петлеобразование. Если не учитывать крутильные колебания («жесткая» система), натяжения и отклонения выходной толщины на 15–30 % меньше.

## ВЫВОДЫ

Разработана математическая модель заполнения полосой непрерывной шестиклетевой группы стана горячей прокатки в абсолютных значениях переменных. Учет крутильных колебаний и транспортного запаздывания позволяет установить характер формирования и повысить точность расчета межклетевых натяжений и толщины полосы, определить влияние на процессы технологических возмущений толщины и температуры подката, рассогласования скоростного режима и др. Модель применима также для установившегося процесса прокатки. Приведен пример расчета для чистовой группы клетей стана 1680.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Железнов Ю. Д. *Статистические исследования точности тонколистовой прокатки* / Ю. Д. Железнов, С. Л. Коцарь, Г. М. Абиев // М. : *Металлургия*, 1974. – 240 с.
2. *Совершенствование производства холоднокатаной листовой стали* / Ю. Д. Железнов, В. А. Черный, А. П. Кошка [и др.] // М. : *Металлургия*, 1982. – 232 с.
3. *Автоматизированные широкополосные станы, управляемые ЭВМ* / М. А. Беньковский, М. Г. Ананьевский, Ю. В. Коновалов [и др.] // М. : *Металлургия*, 1984. – 240 с.
4. Путноки А. Ю. *Модель динамического взаимодействия смежных черновых клетей широкополосного стана при непрерывной прокатке* / А. Ю. Путноки, В. В. Веренев // *Металл и литье Украины*. – 2002. – № 12. – С. 26–30.
5. Целиков А. И. *Теория расчета усилий в прокатных станах* / А. И. Целиков // М. : *Металургиздателство*, 1962. – 75 с.
6. Чигиринский В. В. *Исследование напряженного состояния пластической среды при асимметричном продольном нагружении* / В. В. Чигиринский, А. Ю. Путноки, А. А. Ленюк // *Wydziawnictwo Widzialu Inzynierii Produkcji i Technologii Msterialow Politechniki Czestochowskiej*. – 2015. – С. 134–141.
7. *Сопrotивление деформации сталей при горячей прокатке* / В. И. Зюзин, М. Я. Бровман [и др.] // М. : *Металлургия*, 1964. – 270 с.
8. Хензель А. *Расчет энергосиловых параметров в процессах обработки металлов давлением* / А. Хензель, Т. Шпиттель. – М. : *Металлургия*, 1982. – 360 с.
9. Веренев В. В. *Влияние особенностей изменения момента технологического сопротивления на динамику главных приводных линий чистовых клетей* / В. В. Веренев, В. И. Большаков, Н. И. Подобедов // *Защита металлургических машин от поломок : межвузовский тематический сборник*. – Вып. 3. – Мариуполь : ПГТУ, 1998. – С. 35–39.

## REFERENCES

1. Zheleznov Ju. D. *Statisticheskie issledovanija tochnosti tonkolistovoj prokatki* / Ju. D. Zheleznov, S. L. Kocar', G. M. Abiev // М. : *Metallurgija*, 1974. – 240 s.
2. *Sovershenstvovanie proizvodstva holodnokatanoj listovoj stali* / Ju. D. Zheleznov, V. A. Chernyj, A. P. Koshka [i dr.] // М. : *Metallurgija*, 1982. – 232 s.
3. *Avtomatizirovannye shirokopolosnye stany, upravljaemye JeVM* / M. A. Benjakovskij, M. G. Anan'evskij, Ju. V. Konovalov [i dr.] // М. : *Metallurgija*, 1984. – 240 s.
4. Putnoki A. Ju. *Model' dinamicheskogo vzaimodejstvija smezhnyh chernovyh kletej shirokopolosnogo stana pri nepreryvnoj prokatke* / A. Ju. Putnoki, V. V. Verenev // *Metall i lit'e Ukrainy*. – 2002. – № 12. – S. 26–30.
5. Celikov A. I. *Teorija rascheta usilij v prokatnyh stanah* / A. I. Celikov // М. : *Metalurgizdatel'stvo*, 1962. – 75 s.
6. Chigirinskij V. V. *Issledovanie naprjazhennogo sostojanija plasticheskoy sredy pri assimetrichnom prodol'nom nagruzhennii* / V. V. Chigirinskij, A. Ju. Putnoki, A. A. Lenok // *Wydziawnictwo Widzialu Inzynierii Produkcji i Technologii Msterialow Politechniki Czestochowskiej*. – 2015. – S. 134–141.
7. *Soprotivlenie deformacii stalej pri gorjachej prokatke* / V. I. Zjuzin, M. Ja. Brovman [i dr.] // М. : *Metallurgija*, 1964. – 270 s.
8. Henzel' A. *Raschet jenergosilovyh parametrov v processah obrabotki metallov davlenim* / A. Henzel', T. Shpittel'. – М. : *Metallurgija*, 1982. – 360 с.
9. Verenev V. V. *Vlijanie osobennostej izmenenija momenta tehnologicheskogo soprotivlenija na dinamiku glavnyh privodnyh linij chistovyh kletej* / V. V. Verenev, V. I. Bol'shakov, N. I. Podobedov // *Zashhita metallurgicheskikh mashin ot polomok : mezhvuzovskij tematiceskij sbornik*. – Вып. 3. – Мариуполь : ПГТУ, 1998. – С. 35–39.

Путноки А. Ю. – канд. техн. наук, докторант кафедры ОМД ЗНТУ.

ЗНТУ – Запорожский национальный технический университет, г. Запорожье.

E-mail: al.putnoki@gmail.com

Статья поступила в редакцию 03.09.2015 г.